数 学 年 刊
2016, 37A(3):303–310
DOI: 10.16205/j.cnki.cama.2016.0026

稳态 Schrödinger 方程解的 Liouville 型定理*

乔 蕾[1]

提要 给出了锥中稳态 Schrödinger 方程解的 Liouville 型定理，推广了邓冠铁在半空间中关于拉普拉斯方程解的相关结论.

关键词 稳态 Schrödinger 方程， Liouville 型定理，锥
MR (2000) 主题分类 31B25, 35J05, 35J10
中图法分类 O174.52
文献标志码 A
文章编号 1000-8314(2016)03-0303-08

1 引言和主要结果

设 $\mathbb{R}$ 和 $\mathbb{R}_+$ 分别表示所有实数和正实数组成的集合. $\mathbb{R}^n$ $(n \geqslant 2)$ 是 n-维欧几里得空间. $P=(X,x_n)\in\mathbb{R}^n$, 其中 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_{n-1})$. $|P-Q|$ 表示 $\mathbb{R}^n$ 中两点 P 和 Q 的欧几里得距离. 特别地， $|P-O|$ 表示 P 到 $\mathbb{R}^n$ 中原点 O 的距离，简记为 $|P|$. 如果集合 $\mathbf{S}\subset\mathbb{R}^n$, 则 $\partial\mathbf{S}$ 和 $\overline{\mathbf{S}}$ 分别表示 $\mathbf{S}$ 的边界和闭包. $B(P,r)$ 表示 $\mathbb{R}^n$ 中以 P $(\in\mathbb{R}^n)$ 为球心， r (>0) 为半径的开球.

引入球面坐标系 $(r,\Theta)\in\mathbb{R}^n$, 其中 $\Theta=(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{n-1})$, 它与笛卡尔坐标 $(x_1,x_2,\cdots,x_{n-1},x_n)$ 相对应，其中 $x_n=r\cos\theta_1$.

分别记 $\mathbb{R}^n$ 中的单位球和上半单位球为 $\mathbf{S}^{n-1}$ 和 $\mathbf{S}_+^{n-1}$. 为了方便起见, 将 $(1,\Theta)\in\mathbf{S}^{n-1}$ 记为 Θ; $\{\Theta;(1,\Theta)\in\Omega\subset\mathbf{S}^{n-1}\}$ 记为 Ω; 如果 $\Xi\subset\mathbb{R}_+$ 且 $\Omega\subset\mathbf{S}^{n-1}$, 则 $\{(r,\Theta)\in\mathbb{R}^n;r\in\Xi,(1,\Theta)\in\Omega\}$ 简记为 $\Xi\times\Omega$. 锥 $C_n(\Omega)=\mathbb{R}_+\times\Omega$, 其中 $\Omega\subset\mathbf{S}^{n-1}$. 如果 $\Omega=\mathbf{S}_+^{n-1}$, 则 T_n 是一个特殊的锥.

对于任意的 $P=(r,\Theta)\in C_n(\Omega)$, 有 $0\leqslant a(P)=a(r)$, 使得 $a\in L^b_{\rm loc}(C_n(\Omega))$, 其中若 $n\geqslant 4$ 时， $b>\frac{n}{2}$; 若 $n=2$ 或 3 时， $b=2$. 将 $C_n(\Omega)$ 中满足上述条件的非负径向位势 $a(P)$ $(P=(r,\Theta)\in C_n(\Omega))$ 的全体组成的集合记为 $\mathscr{A}_a$.

若记 Δ_n 是拉普拉斯算子且 I 是恒等算子, 则稳态 Schrödinger 方程可定义为 [1, p. 323]

$$SSE_a=-\Delta_n+a(P)I=0, \tag{1.1}$$

其中 $P\in C_n(\Omega)$ 且 $a\in\mathscr{A}_a$. 当 $a\equiv 0$ 时， (1.1) 即为拉普拉斯方程. 此时方程的解即为 Riesz 定义的调和函数 [2, p. 119].

设 $\Omega\subset\mathbf{S}^{n-1}$ 有光滑的边界. 考虑 Dirichlet 问题 [3, p. 41]

$$\begin{aligned}(\Lambda_n+\lambda)\varphi=0,&\quad 在\ \Omega\ 中,\\ \varphi=0,&\quad 在\ \partial\Omega\ 中,\end{aligned}$$

本文 2014 年 9 月 7 日收到， 2015 年 9 月 10 日收到修改稿.
[1]河南财经政法大学数学与信息科学学院，郑州 450046. E-mail: qiaocqu@163.com
*本文受到国家自然科学基金 (No. 11301140, No. U1304102) 的资助.

其中 Λ_n 是 Δ_n 的球面部分．同时，将上述边界值问题非减的特征值列记为

$$\{\lambda_j\}\ (j=1,2,\cdots;0<\lambda_1<\lambda_2\leqslant\lambda_3\leqslant\cdots).$$

对于每个 $\lambda_j\ (j=1,2,\cdots)$, 将其相对应的重数记为 $v_j\ (j=1,2,\cdots)$, 并将其相对应的正规化后的特征函数记为 $\varphi_{jv}(\Theta)\ (1\leqslant v\leqslant v_j)$. 为了后面叙述和证明问题方便起见，将 $\varphi_{11}(\Theta)$ 简记为 $\varphi(\Theta)$. 当 $j=v\neq 1$ 时，将 $\varphi_{jj}(\Theta)$ 简记为 $\varphi_j(\Theta)$.

同时假定：如果 $n\geqslant 3$, 则 $\Omega\subset\mathbf{S}^{n-1}$ 是 $C^{2,\varsigma}$-区域 $(0<\varsigma<1)$, 它能被有穷个互不相交的闭超曲面所覆盖 (关于 $C^{2,\varsigma}$-区域的定义，读者可见文 [4, p. 88–89]).

注 1.1 若 $\Omega=\mathbf{S}_+^{n-1}$, 则

$$\lambda_j=j(j+n-2),\quad v_j=\frac{(n+j-3)!}{(n-2)!(j-1)!}$$

且 $\varphi(\Theta)=(2ns_n^{-1})^{\frac12}\cos\theta_1$, 其中 $j=1,2,\cdots$ 且 s_n 是 $\mathbf{S}^{n-1}$ 的曲面面积 $2\pi^{\frac n2}\big\{\Gamma\big(\frac n2\big)\big\}^{-1}$.

若 $a\in\mathscr{A}_a$, 则常微分方程 [5]

$$-\Pi''(r)-\frac{n-1}{r}\Pi'(r)+\Big(\frac{\lambda_j}{r^2}+a(r)\Big)\Pi(r)=0,\quad 0<r<\infty \tag{1.2}$$

有一组正基础解系 $\{V_j,W_j\}\ (j=1,2,\cdots)$. 当 $r\to+\infty$ 时， $V_j(r)$ 和 $W_j(r)$ 分别关于 r 的非减函数和减函数 [1,6−7].

若令

$$\iota_{j,k}^{\pm}=\frac{2-n\pm\sqrt{(n-2)^2+4(k+\lambda)}}{2},\quad j=0,1,2,3\cdots,$$

则方程 (1.2) 有下列渐近行为 [4]

$$V_j(r)\sim r^{\iota_{j,k}^{+}},\quad W_j(r)\sim r^{\iota_{j,k}^{-}},\quad 当\ r\to\infty\ 时. \tag{1.3}$$

关于 $V_j(r)$ 和 $W_j(r)$ 更多的性质，详见文 [1, 8].

若 $a\in\mathscr{A}_a$, $\lim\limits_{r\to\infty}r^2a(r)=k\in[0,\infty)$ 且 $r^{-1}|r^2a(r)-k|\in L(1,\infty)$, 则将满足上述条件的位势 a 的全体组成的集合记为 $\mathscr{B}_a$. 若 $a\in\mathscr{B}_a$, 则 (1.1) 的解是锥中的连续函数 [9].

若无特殊说明，本文此后一直假定 $a\in\mathscr{B}_a$. 将在 $\partial C_n(\Omega)$ 上取值为零且是 (1.1) 的解的全体组成的集合记为 $\mathscr{F}(\Omega)$. 由文 [1, p. 354] 可知，$V_j(r)\varphi_j(\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$ 且 $W_j(r)\varphi_j(\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$, 其中 $j=1,2,\cdots$. 特别地，当 $\Omega=\mathbf{S}_+^{n-1}$ 时， $\mathscr{F}(\mathbf{S}_+^{n-1})$ 就表示在 T_n 中调和且在 $\partial C_n(\Omega)$ 上取值为零的函数的全体组成的集合.

设 h 为一个函数，则记 $h^+=\max\{h,0\}$. 记 $[c]$ 表示对实数 c 进行取整运算．记常数

$$c_n=\begin{cases}2\pi, & n=2,\\ (n-2)s_n, & n\geqslant 3.\end{cases}$$

设 $h(X,y)$ $((X,y)=(r,\Theta))$ 是定义在 T_n 中的函数，记

$$\eta(h)(r)=\int_{S_r^+}yh(r,\Theta)\mathrm{d}S_r^+,$$

其中 $S_r^+=\{(r,\Theta)\in T_n;\Theta\in\mathbf{S}_+^{n-1}\}$ 且 $\mathrm{d}S_r^+$ 表示 S_r^+ 的曲面面积元素.

设 $h(r,\Theta)$ 是 (1.1) 的解，记

$$M(h;\Omega)(r)=\sup_{\Theta\in\Omega}|h(r,\Theta)|,$$
$$N(h;\Omega)(r)=\int_{\Omega}h(r,\Theta)\varphi(\Theta)\mathrm{d}S_1(\Theta),$$
$$u(h;\Omega)(r)=\sup_{\Theta\in\Omega}|h(r,\Theta)|\varphi(\Theta),$$

其中 $\mathrm{d}S_1(\Theta)$ 表示 $\mathbf{S}^{n-1}$ 中在点 $(1,\Theta)$ 的曲面面积元素.

若极限

$$\lim_{r\to\infty}\frac{N(h;\Omega)(r)}{V(r)},\quad \lim_{r\to 0}\frac{N(h;\Omega)(r)}{W(r)}$$

存在，则将其有穷或者无穷的极限分别记为 $\mathcal{V}_h$ 和 $\mathcal{W}_h$.

下面是半空间中的 Liouville 定理 [10, p. 32].

定理 1.1 设 $h(X,y)\in\mathscr{F}(\mathbf{S}_+^{n-1})$. 若 h 有界, 则对于任意的 $(X,y)\in T_n$, 有 $h(X,y)=0$.

为了得到半空间中调和函数的积分表示，在慢增长条件的限制下，利用半空间中的 Schwarz 反射原理，邓在文 [11, p. 58] 中证明了半空间中的 Liouville 型定理.

定理 1.2 设 $h(X,y)\in\mathscr{F}(\mathbf{S}_+^{n-1})$ $((X,y)=(r,\Theta))$. 若存在正数 t, 使得

$$\lim_{r\to\infty}r^{-t+2}\eta(h^+)(r)=0,\tag{1.4}$$

则对于任意的 $(X,y)\in T_n$, 有

$$h(X,y)=y\Xi(X,y),$$

其中 $\Xi(X,y)$ 不仅是一个关于 (X,y) 的次数小于等于 t 的多项式，而且是关于变量 y 的偶函数.

注 1.2 由 (1.4) 和文 [12, 注 2.1], 可得

$$\eta(h^+)(r)=\frac{2r}{s_n}\int_{\mathbf{S}_+^{n-1}}h^+(r,\Theta)\cos\theta_1\mathrm{d}S_1(\Theta).$$

受定理 1.1–1.2 的启发，应用文 [13, 引理 1], 同时考虑到锥特殊的几何性质和算子的变化，针对 (1.1) 的解，本文将在锥中证明类似的 Liouville 型定理. 为此，首先需要给出下面的结论.

定理 1.3 设 m 是一个非负整数且 $h(r,\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$. 若

$$\liminf_{r\to\infty}V_{m+1}^{-1}(r)M(h;\Omega)(r)=0,\tag{1.5}$$

则

$$h(r,\Theta)=\begin{cases}\displaystyle\sum_{j=1}^{m}A_jV_j(r)\varphi_j(\Theta), & m\geqslant 1,\\ 0, & m=0,\end{cases}$$

其中 A_j $(j=1,2,\cdots,m)$ 是常数.

紧接着，我们给出本文的主要结论.

定理 1.4 设 m 是一个正整数且 $h(r,\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$. 若

$$\liminf_{r\to\infty} V_{m+1}^{-1}(r)N(h^+;\Omega)(r)=0, \tag{1.6}$$

则

$$h(r,\Theta)=\sum_{j=1}^{m}A_jV_j(r)\varphi_j(\Theta),$$

其中 A_j $(j=1,2,\cdots,m)$ 是常数.

注 1.3 若在定理 1.4 中令 $h(r,\Theta)=-V(r)\varphi(\Theta)$, 易知 $h(r,\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$. 但是，在 $m=0$ 时，定理 1.4 的结论并不成立.

由定理 1.4, 易得如下推论.

推论 1.1 设 m 是一个非负整数且 $h(r,\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$. 若

$$\liminf_{r\to\infty} V_{m+1}^{-1}(r)u(h;\Omega)(r)=0, \tag{1.7}$$

则定理 1.3 的结论仍成立.

在定理 1.4 中令 $\Omega=\mathbf{S}_+^{n-1}$, 由广义的 Picard 定理 [1, p. 343], 注 1.2 和文 [12, 注 2.1], 可知下面结论成立，其本质即为定理 1.2.

推论 1.2 设 $h(r,\Theta)\in\mathscr{F}(\mathbf{S}_+^{n-1})$. 若存在正数 t, 使得

$$\liminf_{r\to\infty} r^{-t-1}\int_{\mathbf{S}_+^{n-1}} h^+(r,\Theta)\cos\theta_1\mathrm{d}S_1(\Theta)=0,$$

则定理 1.1 的结论仍成立.

2 引 理

引理 2.1[13, 引理 1] 设 $h(r,\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$, 则

$$h(r,\Theta)=\sum_{j=1}^{\infty}A_jV_j(r)\varphi_j(\Theta), \tag{2.1}$$

此级数在 $\overline{C_n(\Omega)}$ 中任意子集上一致并且绝对收敛，且 A_j $(j=1,2,\cdots)$ 是一个常数，并满足

$$A_jV_j(r)=\int_{\Omega} h(r,\Theta)\varphi_j(\Theta)\mathrm{d}S_1(\Theta). \tag{2.2}$$

引理 2.2[1, p. 350] 设 $G^a_{C_n(\Omega;(0,t))}(\cdot,\cdot)$ $(t>0)$ 是定义在截断锥 $C_n(\Omega;(0,t))$ 中且与 SSE_a 算子相关的 Green 函数，则

$$\frac{\partial G^a_{C_n(\Omega;(0,t))}((t,\Phi),(r,\Theta))}{\partial t}\geqslant -AV(r)(-W'(t))\varphi(\Theta)\varphi(\Phi),$$

其中 A 是一个正常数.

引理 2.3[14, 引理 8] 若 $h(r,\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$, 则下面结论成立:

(1) 极限 $\mathcal{W}_h\in(-\infty,+\infty]$ 存在;

(2) 若 $\mathcal{W}_h\leqslant 0$, 则 $V^{-1}(r)N_h(r)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的非减函数;

(3) 极限 $\mathcal{V}_h\in(-\infty,+\infty]$ 存在;

(4) 若 $\mathcal{V}_h\leqslant 0$, 则 $W^{-1}(r)N_h(r)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的非增函数.

引理 2.4 若 $h(r,\Theta)\in\mathscr{F}(\Omega)$ 且 $m\geqslant 1$, 则

$$\liminf_{r\to\infty} V_{m+1}^{-1}(r)N(h^-;\Omega)(r)=0. \tag{2.3}$$

证 对 h 和 $-h$ 分别应用引理 2.3 即可得，当 $r\to\infty$ 时， $V^{-1}(r)N(h;\Omega)(r)$ 的极限存在且为有限.

若 $m\geqslant 1$ 且 (1.5) 成立，则

$$\lim_{r\to\infty} V_{m+1}^{-1}(r)N(h;\Omega)(r)=0. \tag{2.4}$$

又因为

$$N(h;\Omega)(r)=N(h^+;\Omega)(r)-N(h^-;\Omega)(r),$$

故由 (1.5) 和 (2.4), 知 (2.3) 成立.

3 定理的证明

定理 1.3 的证明 由 (2.2) 可得

$$|A_j|\leqslant V_j^{-1}(r)M(h;\Omega)(r)\int_\Omega\varphi_j(\Theta)\mathrm{d}S_1(\Theta),\quad j=1,2,\cdots.$$

当 $r\to\infty$ 时，由 (1.5) 可知，对于任意的 $j\geqslant m+1$, 有 $V_j=0$. 再由 (2.1) 可知定理 1.3 的结论成立.

定理 1.4 的证明 因为 $m\geqslant 1$, 故只需证明条件 (1.5) 和 (1.6) 等价，即可由定理 1.3 得到定理 1.4.

因为

$$N(h^+;\Omega)(r)\leqslant M(h;\Omega)(r)\int_\Omega\varphi(\Theta)\mathrm{d}S_1(\Theta),$$

故由 (1.5) 可得 (1.6) 成立.

设 $R_1>0$. 将截断锥 $C_n(\Omega;(0,R_1))$ 中与 SSE_a 相关的 Green 函数记为

$$G^a_{C_n(\Omega;(0,R_1))}(\cdot,\cdot).$$

若将 $h(r,\Theta)$ 在 $C_n(\Omega;(0,R_1))$ 上的限制 $h(r,\Theta)|_{C_n(\Omega;(0,R_1))}$ 记为 $H_h((r,\Theta);C_n(\Omega;(0,R_1)))$, 则其为 $C_n(\Omega;(0,R_1))$ 中关于 $h(r,\Theta)|_{C_n(\Omega;(0,R_1))}$ 的与 SSE_a 相关的 Dirichlet 问题的 Perron-

Wiener-Brelot 解，故

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{c_n}\int_{\Omega} h^{-}(R_1,\Phi)\frac{\partial G^{a}_{C_n(\Omega;(0,R_1))}((R_1,\Phi),(r,\Theta))}{\partial R_1}\frac{1}{V(R_1)(-W'(R_1))}\mathrm{d}\sigma_{\Phi}\\
&\leqslant h(r,\Theta)|_{C_n(\Omega;(0,R_1))}\\
&= H_h((r,\Theta);C_n(\Omega;(0,R_1)))\\
&\leqslant -\frac{1}{c_n}\int_{\Omega} h^{+}(R_1,\Phi)\frac{\partial G^{a}_{C_n(\Omega;(0,R_1))}((R_1,\Phi),(r,\Theta))}{\partial R_1}\frac{1}{V(R_1)(-W'(R_1))}\mathrm{d}\sigma_{\Phi}.
\end{aligned}\tag{3.1}$$

若在 (3.1) 中令 $R_1=2r$, 则由引理 2.2 和 (3.1) 可得

$$N(h;\Omega)(r)\leqslant AN(h^{+}+h^{-};\Omega)(2r),\tag{3.2}$$

其中 A 是一个常数且 $0<r<\infty$.

再由 (1.6), (3.2) 和引理 2.4 可得 (1.5) 成立.

4 推论的证明

推论 1.1 的证明 当 $m\geqslant 1$ 时，因为

$$N(h^{+};\Omega)(r)\leqslant u(h;\Omega)(r)\int_{\Omega}\mathrm{d}S_1(\Theta),$$

故由 (1.7) 知 (1.6) 成立. 从而可由定理 1.4 得到相应的推论 1.1. 当 $m=0$ 时，若 (1.7) 成立且

$$\liminf_{r\to\infty} V_2^{-1}(r)N(h^{+};\Omega)(r)=0,$$

则对于 $m=1$ 时，由定理 1.4 可得

$$h=A_1V(r)\varphi(\Theta).$$

又因为

$$u(h;\Omega)(r)=A_1V(r)\sup_{\Theta\in\Omega}\varphi^{2}(\Theta),$$

从而对于 $m=0$ 时，由 (1.7) 可得 $A_1=0$, 故 $h=0$.

推论 1.2 的证明 在定理 1.4 中令 $\Omega=\mathbf{S}_{+}^{n-1}$, 则由文 [12, 注 2.1] 可得

$$h(r,\Theta)=\begin{cases}\displaystyle\sum_{j=1}^{t}\Big(\sum_{v=1}^{v_j}A_{jv}\varphi_{jv}(\Theta)\Big)V_j(r), & t\in\mathbb{Z},\\ \displaystyle\sum_{j=1}^{[t]+1}\Big(\sum_{v=1}^{v_j}A_{jv}\varphi_{jv}(\Theta)\Big)V_j(r), & t\notin\mathbb{Z}.\end{cases}$$

若在 $\mathbb{R}^n$ 中定义调和函数 $\widetilde{h}$ 如下：

$$\widetilde{h}(r,\Theta)=\begin{cases}h(r,\Theta), & (r,\Theta)\in T_n,\\ -h(r,-\Theta), & (r,\Theta)\in\{(X,-y)\in\mathbb{R}^n;(X,y)\in T_n\}\end{cases}$$

且

$$\lim_{r\to\infty} r^{-t-1}\int_{\mathbf{S}^{n-1}} h^{+}(r,\Theta)\mathrm{d}S_1(\Theta)=0,$$

则 h 可以延拓到 $\mathbb{R}^n$ 中的调和函数 $\widetilde{h}$.

从而由文 [10, p. 247] 可知, $\widetilde{h}$ 是 $\mathbb{R}^n$ 中次数小于等于 $t+1$ 的调和多项式. 再由

$$\widetilde{h}(r,\Theta) = -\widetilde{h}(r,-\Theta)$$

可得 $\widetilde{h} = y\Xi(X,y)$, 其中 $\Xi(X,y)$ 不仅是一个关于 (X,y) 的次数小于等于 t 的多项式, 而且是关于变量 y 的偶函数.

参　考　文　献

[1] Levin B, Kheyfits A. Some topics on value distribution and differentiability in complex and p-adic analysis [M]//Asymptotic behavior of subfunctions of time-independent Schrödinger operator, Beijing: Science Press, 2008, 323–397.

[2] Hayman W K, Kennedy P B. Subharmonic functions [M]. London: Academic Press, 1976.

[3] Rosenblum G, Solomyak M, Shubin M. Spectral theory of differential operators [M]. Moscow: VINITI, 1989.

[4] Gilbarg D, Trudinger N S. Elliptic partial differential equations of second order [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1977.

[5] Verzhbinskii M, Maz'ya G. Asymptotic behavior of solutions of elliptic equations of the second order close to a boundary I [J]. *Sibirsk Mat J*, 1971, 12(6):874–899.

[6] 乔蕾, 邓冠铁. 锥中调和函数的下界及其应用 [J]. 中国科学：数学, 2014, 44(6):671–684.

[7] 乔蕾, 邓冠铁. 无穷远点处与 Schrödinger 算子相关的极细集 [J]. 中国科学：数学, 2014, 44(12):1247–1256.

[8] Qiao Lei, Pan Guoshuang. Integral representations of generalized harmonic functions [J]. *Taiwanese J Math*, 2013, 17(5):1503–1521.

[9] Simon B. Schrödinger semigroups [J]. *Bull Amer Math Soc*, 1982, 7(3):447–526.

[10] Armitage D H, Gardiner S J. Classical potential theory [M]. London: Springer-Verlag, 2001.

[11] Deng Guantie. Integral representations of harmonic functions in half spaces [J]. *Bull Sci Math*, 2007, 131(1):53–59.

[12] Qiao Lei, Zhao Tao. Boundary limits for fractional Poisson a-extensions of L^p boundary function in a cone [J]. *Pacific J Math*, 2014, 272(1):227–236.

[13] Qiao Lei, Ren Yudong. Integral representations for the solutions of infinite order of the stationary Schrödinger equation in a cone [J]. *Monats Math*, 2014, 173(4):593–603.

[14] Qiao Lei, Pan Guoshuang. Generalization of the Phragmén-Lindelöf theorems for subfunctions [J]. *Inter J Math*, 2013, 24(8):1350062.

Liouville-Type Theorems for Solutions of the Stationary Schrödinger Equation

QIAO Lei[1]

[1]School of Mathematics and Information Science, Henan University of Economics and Law, Zhengzhou 450046, China. E-mail: qiaocqu@163.com

Abstract In this paper, the author proves the Liouville-type theorems for solutions of the stationary Schrödinger equation in a cone, which generalize the results about the Laplace equation obtained by Deng in a half space.

Keywords Stationary Schrödinger equation, Liouville-type theorem, Cone
2000 MR Subject Classification 31B25, 35J05, 35J10

The English translation of this paper will be published in
Chinese Journal of Contemporary Mathematics, Vol. 37 No. 3, 2016
by ALLERTON PRESS, INC., USA